Алексеев В.В.

Сборник задач по курсу ИНФОРМАТИКА для практических занятий



Саров

2023

**Саровский физико-технический институт-
филиал Национального исследовательского
ядерного университета «МИФИ»**

ФАКУЛЬТЕТ ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ И ЭЛЕКТРОНИКИ
Кафедра вычислительной и информационной техники

Алексеев В.В.

Сборник задач по курсу ИНФОРМАТИКА для практических занятий

Учебно-методическое пособие

Саров
2023

УДК 621.
ББК 22.176
А47

Алексеев В.В. – ИНФОРМАТИКА.
Учебно-методическое пособие. СарФТИ НИЯУ МИФИ, 2023 г.

Данное пособие представляет собой сборник задач по курсу «Информатика» и предназначено для практических и аудиторных занятий студентов младших курсов бакалавриата, обучающихся по направлениям подготовки «09.00.00-Информатика и вычислительная техника», «01.03.02 – Прикладная математика и информатика».

В пособии представлены задачи для понимания и закрепления таких разделов информатики как информация и информационные меры, позиционные системы счисления, арифметика вычислительных устройств, основы алгебры логики (высказываний).

© Издательство СарФТИ 2023

Содержание

Наименование раздела	Стр
Практическое занятие №1. Принцип действия ЭВМ	1
Практическое занятие № 2. Информация. Количество и объем информации.	2
Практическое занятие № 3. Позиционные системы счисления	9
Арифметика позиционных систем счисления	15
Практическое занятие № 4. Арифметические основы цифровых устройств.	18
Практическое занятие № 5. Алгебра высказываний.	24

Практическое занятие № 1
«Принцип действия ЭВМ».

1. Для гипотетической ЭВМ с кодами операций:
   1-сложение;
   2 – вычитание;
   3- умножение;
   4 – деление;
   5- останов;
   6 – ветвление по условию:
   - 00 – безусловный переход;
   - 01 переход, если >0;
   - 02 переход, если <0;
   - 03 переход, если =0,

1.1 Составьте программу вычисления выражения:

$F1 = (a - b) * c;$
$G1 = (a + b) + d$ если $F1 > 0;$
$G2 = a \cdot b + d$ если $F1 < 0;$
$G3 = \frac{a + b}{d + 1}$ если $F1 = 0.$

1.2 Составьте программу для вычисления выражения:

$$F1 = (a - b) * c;$$
$$\begin{cases} (a + b) + d \text{ если } F1 > 0; \\ a \cdot b + d \text{ если } F1 < 0; \\ \frac{a + b}{d + 1} \text{ если } F1 = 0. \end{cases}$$

1.3 Составьте программу вычисления суммы n чисел, где $n \in N$:

$$S = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \cdots \frac{1}{n} = \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{n}.$$

1.4 Составьте программу вычисления суммы с заданной точностью ε,

$$S = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \cdots \frac{1}{n} = \sum_{i=1}^{\infty} \frac{1}{n}$$ с заданной точностью ε

1.5Составьте программу вычисления значения a^n, где $n \in N,\ a \in Q$.

Практическое занятие №2.
Информация. Количество и объем информации

Задача 1.

Имеется колода карт, содержащая 32 различные карты. Вычислить количество информации I, получаемое в результате выбора карты из колоды (например, выбора карты валет черви).

Решение.

Выбор любой карты из колоды события равновероятные. Количество информации, получаемое в результате выбора карты из колоды, равно

$I = \log_2 N = \log_2 32 = \log_2 2^5 = 5 \log_2 2 = 5$ (бит).

Количество информации, получаемое в результате выбора карты из колоды характеризуется минимальным числом двоичных вопросов, ответы на которые имеют значения “да” (1) или “нет” (0). Так для выбора карты дама пик такими вопросами могут быть:

Номер вопроса	Вопрос	Ответ
1	Карта красной масти?	Да (1)
2	Буби?	Нет (0)
3	Одна из 4-х старших?	Да (1)
4	Одна из 2-х старших?	Нет (0)
5	Дама черви?	Нет (0)

Тогда вполне очевидно, что это червовый валет.

Таким образом, выбор карты *валет черви* можно описать последовательностью из пяти двоичных символов. После пяти вопросов неопределенность устранена. Количество информации, получаемое в результате выбора карты *валет черви* из колоды равно 5 бит.

Двоечник и отличник

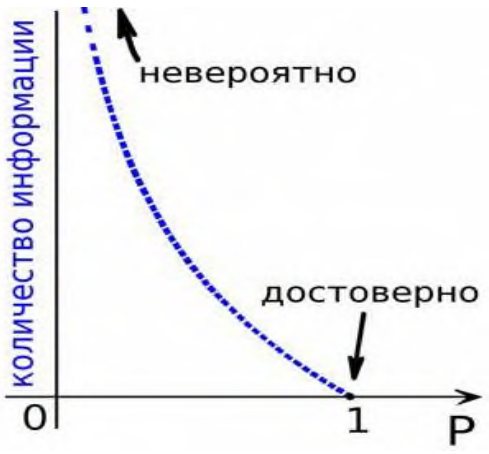
Рассмотрим ещё один пример. Допустим, что имеется двое обучаемых с обоснованно присвоенными общественными характеристиками ≪**двоечник**≫ и ≪**отличник**≫. Мы подсчитали количество полученных ими оценок за учебный год и занесли данные в таблицу.

Оценки	«Двоечник»	«Отличник»
Отлично (5)	3	85
Хорошо (4)	15	9
Удовлетворит. (3)	20	5
Неудовлетвор. (2)	60	1
Плохо (1)	2	0

Так получилось, что суммарно они получили каждый по 100 оценок (это ни на что не влияет, но зато упростит наши последующие расчёты). Подсчитаем некоторые характеристики, а именно вероятности получения оценок. В итоге получим:

Вероятность	«Двоечник»	«Отличник»
получения пятерки	3/100=0.03	85/100=0.85
получения четверки	15/100=0.15	9/100=0.09
получения тройки	20/100=0.2	5/100=0.05
получения двойки	60/100=0.6	1/100=0.01
получения единицы	2/100=0.05	0/100=0

Логично предположить, что сообщение вида ≪Мама, я получил оценку 5 по информатике≫ от отличника ожидаемо и несёт мало новой информации для родителей. В то же время, если то же самое скажет двоечник, в его семье будет праздник. То есть: чем выше вероятность события, тем меньше информации оно несёт и чем ниже вероятность события, тем больше информации оно несёт.



Таким образом, наши интуитивные представления можно описать более строго. Определим количество информации h_i, содержащееся в каждом сообщении о полученной оценке, исходя из предложенной выше статистики оценок.

Событие	«Двоечник»	«Отличник»
получена оценка 5	$\log_2(\frac{1}{0.03}) \approx 5.59$	$\log_2(\frac{1}{0.85}) \approx 0.234$
получена оценка 4	$\log_2(\frac{1}{0.15}) \approx 2.737$	$\log_2(\frac{1}{0.09}) \approx 3.474$
получена оценка 3	$\log_2(\frac{1}{0.2}) \approx 2.322$	$\log_2(\frac{1}{0.05}) \approx 4.322$
получена оценка 2	$\log_2(\frac{1}{0.6}) \approx 0.737$	$\log_2(\frac{1}{0.01}) \approx 6.644$
получена оценка 1	$\log_2(\frac{1}{0.02}) \approx 5.644$	$\log_2\left(\frac{1}{0}\right) = \infty$

Задача 2.

Два игрока играют в «крестики нолики» на поле размером 4x4. Определить, какое количество информации *I* получит второй игрок после первого хода первого игрока.

Решение.

Первый игрок может для первого хода выбрать любое поле из 16 возможных (N = 4·4 = 16). Тогда по формуле Хартли: $I = \log_2 N = \log_2 16 =$ 4 (бита).

Количество информации *I* можно также найти из соотношения, которое связывает количество возможных событий *N* и количество информации *I*

$N = 2^I$. Тогда $16 = 2^I$, откуда получаем: *I*=4 (бита).

Ответ: *I* = 4 бита.

Задача 3.

В группе 24 студента. За экзамен были получены следующие оценки:

3 пятерки, 12 четверок, 6 троек, 3 двойки.

1) Определить, какое количество информации *I* содержит сообщение, что студент «Иванов» получил оценку «четыре».

2) Определить, какое количество информации *I* содержит сообщение об оценке любого студента группы.

Решение.

1) Вероятность события, что случайным образом выбранный студент получил оценку «четыре» равна $p = \frac{12}{24} = \frac{1}{2}$. Используя формулу Шеннона, получаем: $I = -\log_2 p = -\log_2 \frac{1}{2} = \log_2 2 = 1$(бит).

2) Для решения задачи воспользуемся формулой Шеннона

$$I = -\sum_{i=1}^{n} p_i \log_2 p_i$$

Вероятности событий, что случайным образом выбранный студент получил оценку «пять», «четыре», «три», «два» соответственно равны:

$$p_5 = \frac{3}{24} = \frac{1}{8}, \quad p_4 = \frac{12}{24} = \frac{1}{2}, \quad p_3 = \frac{6}{24} = \frac{1}{4}, \quad p_2 = \frac{3}{24} = \frac{1}{8}.$$

Тогда количество информации об оценке студента будет равно

$$I = -\sum_{i=1}^{n} p_i \log_2 p_i = -(p_5 \log_2 p_5 + p_4 \log_2 p_4 + p_3 \log_2 p_3 + p_2 \log_2 p_2) =$$

$$= -\left(\frac{1}{8}\log_2 \frac{1}{8} + \frac{1}{2}\log_2 \frac{1}{2} + \frac{1}{4}\log_2 \frac{1}{4} + \frac{1}{8}\log_2 \frac{1}{8}\right) = \frac{3}{8} + \frac{1}{2} + \frac{2}{4} + \frac{3}{8} = 1{,}75\text{(бит)}$$

Ответ: 1) *I*=1 бит. 2) *I* = 1,75 бит.

Задача 4

Какое сообщение содержит большее количество информации?

а) Монета упала «орлом» вверх.

б) В библиотеке книга нашлась в 7-м шкафу из восьми.

в) Роман получил за экзамен 3 балла (единицы не ставятся) по 5-балльной системе.

г) Из колоды карт (32 шт.) выпала дама пик.

Задача 5

Для передачи секретного сообщения используется код, состоящий из десятичных цифр. При этом все цифры кодируются одним и тем же (минимально возможным) количеством бит. Определите информационный объем сообщения длиной в 150 символов.

Ответ: Q= (4*150)=600 (бит).

Задача 6

В корзине лежат шары. Все разного цвета. Сообщение о том, что достали синий шар, несет 6 битов информации. Сколько всего шаров в корзине? Ответ: 64

Задача 7

Студенты группы изучают один из трех языков: английский, немецкий или французский. Причем 12 студентов не учат английский. Сообщение, что случайно выбранный студент Петров изучает английский, несет $\log_2 3$ бит информации, а что Иванов изучает французский - 1 бит. Сколько студентов изучают английский, немецкий и французский язык?

Решение

Пусть *N*-всего студентов, изучающих один из трех языков. Тогда число студентов изучающих английский язык, согласно условию, равно *N*-12. Далее находим:

$$I_a = \log_2 3 = \log_2 \frac{1}{p_a}. \quad p_a = \frac{1}{3}. \quad \frac{N-12}{N} = p_a. \quad N = \frac{12}{1-p} = 18.$$

$$I_ф = 1 = \log_2 \frac{1}{p_ф}. \quad p_ф = \frac{1}{2}. \quad \frac{N_ф}{N} = \frac{1}{2}. \quad N_ф = \frac{N}{2} = 9.$$

$$N_н = 12 - 9 = 3. \quad N_а = 18 - 12 = 6.$$

Ответ: английский – 6 чел., немецкий – 3 чел., французский – 9 чел.

Задача 8.

В коробке лежат красные и синие карандаши, всего в коробке 24 карандаша. Информация о том, что из коробки случайным образом достали синий карандаш, равна 2 битам. Определить, сколько в коробке красных и синих карандашей.

Решение.

Обозначим за *x* число синих карандашей в коробке. Для решения задачи воспользуемся формулой Шеннона: $I = -\log_2 p$. Из этого соотношения найдем вероятность того, что случайным образом вынутый шар является синим: $p = \frac{1}{2^I} = \frac{1}{4}$. Теперь определим *x* из соотношения $\frac{x}{24} = \frac{1}{4}$, откуда получаем *x*=6.

Ответ: В коробке 6 синих и 18 красных карандашей.

Задача 9.

Отправлено SMS-сообщение:

Чтоб мудро жизнь прожить, знать надобно немало,
Два важных правила запомни для начала:
Ты лучше голодай, чем что попало есть,
И лучше будь один, чем вместе с кем попало.

В мобильном телефоне адресата установлено ограничение размера входящего SMS-сообщения 64 байтами (при превышении этого размера сообщение автоматически делится на части). Каждый символ кодируется 16 битами. На сколько частей будет разбито сообщение?

Решение.

Всего символов в сообщении 166. Т. к. каждый символ кодируется 16 битами (2 байтами), то сообщение занимает 166·2 = 332 байта. Теперь вычислим, на сколько частей будет разбито сообщение: 332/64 = 5,1875.

Ответ. Сообщение будет разбито на 6 частей.

Задача 10.

Сообщение содержит 4096 символов. Объем сообщения при использовании равномерного кода составил 1/512 Мбайт. Какова мощность алфавита, с помощью которого записано сообщение?

Решение.

Определим, какой объем памяти (в битах) занимает один символ. Для этого переведем 1/512 Мбайт в биты и полученный результат разделим на число символов, содержащееся в сообщении:

$$M = \frac{1024 \cdot 1024 \cdot 8}{512 \cdot 4096} = \frac{2^{10} \cdot 2^{10} \cdot 2^3}{2^9 \cdot 2^{12}} = \frac{2^{23}}{2^{21}} = 2^2 = 4(\text{бита}).$$

Тогда мощность алфавита N (количество символов в алфавите) будет определено как $N = 2^M = 2^4 = 16$.

Ответ: мощность алфавита составляет 16 символов.

Задача 11.

Скорость передачи данных через ADSL соединение равна 256000 бит/с. Передача файла заняла 8 мин. Определить размер файла в Кб.

Решение.

Определим размер файла как произведение скорости передачи на время: 256000·8·60 (бит) = 256000·8·60/8/1024 (Кбайт) = 15000 (Кбайт) Ответ. Размер файла составляет 15000 Кбайт.

Обозначение одного байта по ГОСТ 8.417–2002 «Государственная система обеспечения единства измерений. Единицы величин»: «байт» или «Б». При этом: 2^{10} байт = = 1024 байта = 1 Кбайт = 1 КБ; 2^{20} байт = 1 048 576 байт = 1 Мбайт = = 1 МБ = 2^{10} КБ =1024 КБ = 1024 Кбайта и т. д.

Задача 12.

Какой объем информации можно записать в выделенную область памяти ЭВМ, если начальный (A_0) и конечный (A_k) адрес области соответственно равны $C0000_{16}$ и $FFFFF_{16}$ соответственно, а длина слова ячейки памяти составляет 2 байта?

Решение.

$M = (A_k - A_0 + 1) \cdot 2 = (FFFFF - C0000 + 1) \cdot 2 = 40000 \cdot 2 = 80000_{16} =$
$= 2^3 \cdot 16^4 = 2^3 \cdot 2^{16} = 2^{19}$ (байт) =512 (Кбайт)=0.5 (Мбайт).

Задача 13.

Определите длину адресного слова устройства памяти ЭВМ, которое представляет собой 8 блоков, каждый из которых разбит на 128 страниц, а одна страница имеет емкость 32 Мбайта.

Ответ: 35 бит.

Задача 14.

Задана случайная последовательность из шести букв. Каждая буква с равной вероятностью является одной из 32 букв русского алфавита (не используется буква ё). Сколько бит информации будет нести в себе сообщение о том, что загаданная последовательность является симметричной, т.е. ее прочтение слева направо и справа налево будет одинаково. (Примеры таких последовательностей: АБВВБА, ФБББФ и.т.п).

Ответ: 15 бит.

Задача 15.

Световое табло состоит из m лампочек. Каждая лампочка может находиться в одном из трех состояний («включено», «выключено», «мигает»). Какое наименьшее количество лампочек должно быть на табло, чтобы с его помощью можно было передать 18 различных сигналов.

Ответ: На табло должно быть 3 лампочки

Практическое занятие №3.
Позиционные системы счисления.

К непозиционной системе относится римская система счисления:

Римские цифры	Значение (обозначаемое количество)	Римские цифры	Значение (обозначаемое количество)
I	1	C	100
V	5	D	500
X	10	M	1000
L	50		

Запись чисел в данной системе счисления осуществляется по правилам:

1) если цифра слева меньше, чем цифра справа, то левая цифра вычитается из правой (IX: 1<10, следовательно, 10 – 1 = 9; XC: 10<100, следовательно, 100 – 10 = 90);

2) если цифра справа меньше или равна цифре слева, то эти цифры складываются (VII: 5+1+1=7; XXXV: 10+10+10+5=35).

Так, число 1984 в римской системе счисления имеет вид MCMLXXXIV (M – 1000, CM – 900, LXXX – 80, IV – 4).

В римской системе нельзя записывать подряд 4 одинаковых цифр.

Задача 1.

1. Записать в римской системе счисление число 1897_{10}, 2022_{10}.
2. Числа MDLV, DCCXLIX запишите в десятичной системе счисления.
3. Записать в римской системе счисления десятичные числа: 111, 1111, 55, 555, 1010, 444.

Позиционные системы счисления.

Задача 2

Записать числа 386.154_{10}, 101.11_{2}, 561.42_{8}, $6BF.A_{16}$ в развернутой форме.

Задача 3.

Упорядочить по убыванию числа: 43_5, 43_{16}, 43_8.

Решение.

Переведем все числа в одну систему счисления, например, в десятичную: $43_5 = 23$, $43_{16} = 67$, $43_8 = 35$. Теперь упорядочим их по убыванию: 67 (43_{16}), 35 (43_8), 23 (43_5).

Ответ: 43_{16}, 43_8, 43_5

Задача 4.

Указанные десятичные числа: 22.22, 141.32, 101.1, 123.123, 99.09, 1000.01, 3455.52, 724,724 перевести в системы счисления с основаниями:

$$q = 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 11, 12, 13, 14, 15,1\ 6, 17, 18, 19, 20;$$

Задача 5.

Указанные числа в десятичной системе перевести в двоичную систему счисления:

a) 10, 20, 40, 50, 75, 77, 100, 120, 240, 333, 444, 555, 789, 1000, 1023, 2023;
b) 0.1, 0.2, 0.4, 0.5, 0.75, 0.77, 0.15, 0.015, 0.33, 0.66, 0.001, 0.111, 0.2525;
c) 21.21, 45.45, 55.55, 101.01, 123.3, 321.35, 456.56, 2024.99, 5252.52.

Задача 6.

Заданные числа с указанным основанием перевести в ПСС с основаниями: $q = 2, 3, 4, 5, 6, 7, 10, 12, 16, 20;$ методом деления и умножения (т.е., используя схему Горнера).

a) 40.4_8;
b) 777.77_8;
c) 210210.2121_4;
d) $ADEF.C8F_{16}$.

Задача 7.

Методом непосредственного деления и умножения указанные двоичные числа переведите в десятичную систему счисления.

a) 10001.101;
b) 111011.10111;
c) 1101100.11;
d) 110111011100.11011;
e) 1010100.001
f) 1101110111.000011;
g) 11111111.1111;
h) 101010101010.10101.

Задача 8.

Составьте таблицы соответствия числовых символов и значений степеней оснований десятичной системы счисления и ПСС с основаниями:

$q = 2, 3, 4, 5, 6,\ 12, 16.$ (номера разрядов от -3 до 4).

Решение

Составим, например, таблицу соответствий для 10-ой и 2-ой систем счисления.

Соответствие символов		Соответствия значений степеней оснований ПСС	
$q_1=10$	Значение символа в $q_2=2$	$q_1=10$	Значение веса разряда в $q_2=2$
0	0	10^{-3}	
1	1	10^{-2}	0.000000101001
2	10	10^{-1}	0.000110011001
3	11	10^{0}	1
4	100	10^{1}	1010
5	101	10^{2}	1100100
6	110	10^{3}	111110100
7	111		
8	1000		
9	1001		

Используя полученную таблицу, переведем, например, число 75.5_{10} в двоичную табличным методом (что окажется не совсем удобным). Итак, запишем исходное число в алгебраической форме: $75.5_{10}=7\cdot10^{1}+5\cdot10^{0}+5\cdot10^{-1}$. Подставляя вместо числовых символов и значений степеней исходной (здесь десятичной системы счисления) их эквивалентные значения вторичной (здесь двоичной системы) счисления и выполнив указанные арифметические действия по законам вторичной системы получим число, представленное в двоичной системе счисления.

$$75.5_{10}=7\cdot10^{1}+5\cdot10^{0}+5\cdot10^{-1}=111\cdot1010+101\cdot1+101\cdot0.000110011(0011)=$$
$$=1000110+101+0.01111111111=1001011.011(1).$$

Теперь составим таблицу соответствия для ПСС, в которых исходной является двоичная ПСС, а вторичной – десятичная ПСС.

Соответствие символов		Соответствия значений степеней оснований ПСС	
$q_1=2$	$q_2=10$	$q_1=2$	$q_2=10$
0	0	10^{-4}	0.0625
1	1	10^{-3}	0.125
		10^{-2}	0.25
		10^{-1}	0.5
		10^{0}	1
		10^{1}	2

		10^2	4
		10^3	8
		10^4	16
		10^5	32

Вполне очевидно, что при переводе двоичных чисел в 10-ую ППС удобным является табличный метод, так как все действия выполняются уже по законам 10-ой арифметики и довольно легко устанавливается соответствие символов двоичной ПСС (а их всего два – 0 и 1) и легко вычисляются значения степеней двойки. Например, исходное двоичное число 1001011.011 представим в алгебраической форме суммой только тех разрядов, значения символов в которых равно 1, т.е.

$1001011.011_2=2^6+2^3+2^1+2^0+2^{-2}+2^{-3}=64+8+2+1+0.25+0.125=75.375.$

Конечно, этот метод удобен для перевода чисел из любых ПСС в десятичную, если известны соответствия символов и значения весов разрядов исходной системы счисления к десятичной.

Например, переведем 16-ое число ABCD.8CE в десятичную.

Итак, $ABCD.8CE=A\cdot10^3+B\cdot10^2+C\cdot10^1+D\cdot10^0+8\cdot10^{-1}+C\cdot10^{-2}+E\cdot10^{-3}|_{16}=$

$=10\cdot16^3+11\cdot16^2+12\cdot16^1+13\cdot16^0+8\cdot16^{-1}+12\cdot16^{-2}+14\cdot16^{-3}=$

$=10\cdot4096+11\cdot256+12\cdot16+13\cdot1+{}^{8}/_{16}+{}^{12}/_{256}+{}^{14}/_{4096}=$

$$4096+2816+192+13+\frac{8\cdot256+12\cdot16+14}{4096}=43981\frac{2254}{4096}=$$

$$=43981.55029296875.$$

Задача 9.

Указанные числа переведите в десятичную ПСС табличным методом.

1221.21_3, 123312.323_4, 234.432_5, 5412.34_6, 555.55_6, 1221.21_7, 1221.21_8, $AB7.75_{12}$, $ADE.56A_{16}$, $AFEE.EA5_{16}$, $ABI.7H_{20}$, $IGJ.FA5_{20}$.

Задача 10.

Переведите табличным методом исходные числа в заданную ППС

(Указание: предварительно составьте таблицы соответствий исходной и вторичной ПСС).

a) 12021.21_3 в восьмеричную;
b) 132.23_4 в шестеричную;
c) 456_6 в десятичную;
d) 675_8 в шестнадцатеричную;
e) 147.27_8 в четверичную.

Проверьте правильность перевода через перевод в десятичную систему счисления исходного и полученного чисел.

Задача 11.

Заданные десятичные числа переведите в двоичную ПСС с использованием промежуточных систем счисления с основаниями q=4, 8, 16: 2992.29; 3245.45; 7528.67; 9988.89; 56987.65; 100001.01; 200200.22.

Задача 12.

Указанные восьмеричные числа переведите в двоичную ПСС:
435.46, 3254.54, 777.777, 12570.067, 54321.50401, 70000.001.

Задача 13.

Указанные шестнадцатеричные числа запишите в двоичной системе счисления:
48.48, 2A4.A05, B71F.021, 456EF.2F8, FFFF.EFEF, 123FED.ABC.

Задача 14.

Заданные двоичные числа запишите в четверичной, восьмеричной и шестнадцатеричной системах счисления:

a) 1011101110111011111.11100001101;
b) 101010111.01010111;
c) 10001110000001110100000.10111101101;
d) 11110000000011111010101011.1100111010111.

Задача 15.

Заданные числа в указанной ПСС запишите в шестнадцатеричной ПСС.
a) 3233.23_4; b) 11011.11_4; c) 6715.43_8; d) 77567.567_8; e) 21004.001_8.

Задача 16.

Заданные шестнадцатеричные числа запишите в четверичной и восьмеричной ПСС:
48.48; 2A4.A05; B71F.021; 456EF.2F8; FFFF.EFEF; 123FED.ABC.

Задача 17.

Сумму шестнадцатеричных чисел $B + B0 + B00 + B000 + B0000 + B00000$ перевели в восьмеричную систему счисления. Определите в записи суммы 5-ю, 6-ю и 7-ю цифры слева.
(Ответ: 6; 7; 3)

Задача 18.

Сумму шестнадцатеричных чисел A+A0+A00+A000+A0000+A00000 перевели в восьмеричную систему счисления. Найти в записи числа, равного этой сумме, пятую цифру слева. (Ответ: 5)

Задача 19.

Десятичное число 31.45 перевели в четверичную ПСС. Определите 1999 и 2021 цифры после запятой. (Ответ: 1; 0.)

Задача 20.

Сколько потребуется двоичных разрядов для изображения десятичных чисел: 76; 1023; 2345; 4095; 4096; 10^{15}; 1048578?

Задача 21.

Для какой системы счисления с основанием x справедливо равенство $121=441_x$? (Ответ: x=5).

Задача 22.

Дано арифметическое выражение, все числа которого записаны в 16-ой системе счисления: $B \cdot 8^E - 1$.

Посчитайте сумму цифр числа, являющегося результатом вычисления этого выражения и записанного в 16-ой системе счисления. Запишите полученную сумму в десятичной системе счисления.

Решение

$B \cdot 8^E - 1 = 2BFFFFFFFFFF$. Тогда сумма цифр в 16-ой системе запишется как $S = F \cdot A + B + 2 = 96 + D = A3_{16} = 10 \cdot 16 + 3 = 163_{10}$.

Ответ: 163.

Задача 23.

Дано 16-ое число $X=BDF8_{16}$.

Найдите минимальное целое положительное число Y такое, что если результат вычисления суммы X и Y записать в двоичной системе счисления, то он будет содержать ровно две последовательности из идущих подряд нулей длиной не менее 6 нулей. Y представьте в 16-ой системе счисления.

Ответ: 208.

Арифметика позиционных систем счисления.

Задача 24.

Для ПСС установите правила четверичной арифметики, если для изображения чисел приняты символы:

a) 0 - для изображения нуля, 1 - для изображения единицы, 2 - для изображения двух единиц, 3 –для изображения трех единиц.

b) *A* - для изображения нуля, *B* - для изображения единицы, *C* - для изображения двух единиц, *D* –для изображения трех единиц.

Решение.

Установить правила *k*-той арифметики это значит установить символы для изображения чисел (*k* символов) и установить правила действия над числами в установленных символах.

По условию задачи символы для представления чисел в четверичной ПСС заданы. Тогда правила суммирования (+) и умножения (× или ·) в данной системе могут быть представлены следующими таблицами:

Для случая a):

Правила сложения

+	0	1	2	3
0	0	1	2	3
1	1	2	3	10
2	2	3	10	11
3	3	10	11	12

Правила умножения

×	0	1	2	3
0	0	0	0	0
1	0	1	2	3
2	0	2	10	12
3	0	3	12	21

Для случая b):

Правила сложения

+	*A*	*B*	*C*	*D*
A	*A*	*B*	*C*	*D*
B	*B*	*C*	*D*	*BA*
C	*C*	*D*	*BA*	*BB*
D	*D*	*BA*	*BB*	*BD*

Правила умножения

×	*A*	*B*	*C*	*D*
A	*A*	*A*	*A*	*A*
B	*A*	*B*	*C*	*D*
C	*A*	C	*BA*	*BC*
D	*A*	D	*BC*	*CB*

Задача 25.

Установите правила пятеричной арифметики, если для представления чисел используются принятые цифровые символы арабского алфавита.

Задача 26.

Установите правила восьмеричной и шестнадцатеричной арифметик, если для представления чисел используются цифровые символы арабского алфавита и буквы латинского алфавита согласно принятому правилу (т.е. символы 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, A, B, C, D, E, F)/

Задача 27.

Приведите результат выполнения арифметических действий в шестеричной системе счисления:

A_6=543.54+125.34×35.2.

Решение.

Так как операция умножения имеет приоритет выше операции сложения, то сначала выполним умножение 125.34×35.2 по законам шестеричной арифметики и получим:

$$\begin{array}{r} 125.34 \\ \times\ \ 35.2 \\ \hline 25512 \\ +\ 112402 \\ +\ 42450 \\ \hline 5442.532 \end{array}$$

Теперь выполним операцию сложения;

$$\begin{array}{r} 5442.532 \\ +\ \ 543.54 \\ \hline 10430.512 \end{array}$$

Ответ: 10430.512.

Задача 28.

Найти сумму всех целых положительных чисел в диапазоне от 101_2 до 101101_2. Результат представить в восьмеричной и десятичной системах счисления.

Решение.

Самый эффективный способ вычисления суммы – воспользоваться формулой суммы арифметической прогрессии:

$$S = \frac{a_1+a_n}{2} \cdot n = \frac{a_1+a_n}{2} \cdot (a_n - a_1 + 1).$$

Тогда, применяя формулу арифметической прогрессии в двоичной системе счисления, получаем:

$$S = \frac{101+101101}{10} \cdot (101101\text{-}101\text{+}1) = \frac{11010}{10} \cdot 10001 =$$

$$= 1101 \cdot 10001 = 11011101_2 = 335_8 = DD_{16} = 221_{10}.$$

Конечно, можно было получить этот результат выполнив вычисления суммы прогрессии в восьмеричной системе счисления:

$$S = \frac{5+25}{2} \cdot (25\text{-}5\text{+}1) = \frac{32}{2} \cdot 21 = 15 \cdot 21 = 335_8 = 221_{10}.$$

Ответ: $S = 335_8$ или 221_{10}.

Задача 29.

Выполните арифметические действия в указанных системах счисления:

a) в двоичной системе счисления:
   (101011+1001)·(1011101-1011);
   1011011.101·1011-1101.11;
   110111011:11011;
   101111+110010·100-111011·11.01.
b) в троичной системе счисления:
   (2112.121+21.102):(2122-1022);
   2122·122+122;
   212011:202;
   222.111·121.12.
c) в четверичной системе счисления:
   23.12+31.33;
   231.12·213;
   (333.222+101.112):23;
   $(231.12+133.32)\cdot 100^3$.
d) в восьмеричной системе счисления:
   2567.345+176.645;
   1457·347-762;
   31626:37;
   (776655+1123):(6644+1134).
e) в шестнадцатеричной системе счисления:
   BF54.FAD+F98C.ACD;
   (4A5D8+81EC)·ABF;
   ABC.ABC·867.BCA.

Задача 30.

В учебных классах факультета имеется всего 330 компьютеров. Из них 202 компьютера Lenovo 510-15ICB (90HU006JRS) и 124 компьютера типа HP 460-p207ur (4UG93EA) и HP 200 G3. В какой системе счисления записаны числа в условии задачи? (Ответ: q=6).

Задача 31.

Найти среднее арифметическое значение всех целых шестнадцатеричных чисел в диапазоне от *A* до *AA*, включая границы. Результат записать в шестнадцатеричной и десятичной системах счисления.

(Ответ: $1C7A_{16}$; 7290_{10}).

Практическое занятие № 4.

Арифметические основы цифровых устройств

Задача 1.

Десятичное число $A = +27$ представить в машинном представлении в прямом, обратном и дополнительном кодах.

Решение.

Т.к. машинное представление положительного числа в прямом, обратном и дополнительном кодах совпадают, то имеем:

$$A_{10} = +27 = A_2 = +11011.$$

В машинном представлении получаем:

$$[A]_{\text{пр}} = [A]_{\text{об}} = [A]_{\text{доп}} = 0|11011.$$

Здесь вертикальной чертой отмечена условная граница, отделяющая знаковый разряд от значащих.

Задача 2.

Десятичное число $A = -27$ представить в машинном представлении в прямом, обратном и дополнительном кодах.

Решение.

$$A_{10} = -27 = A_2 = -11011.$$

В машинном представлении получаем:

$$[A]_{\text{пр}} = 1|11011; \quad [A]_{\text{об}} = 1|00100; \quad [A]_{\text{доп}} = 1|00101.$$

Машинное представление в модифицированном формате для обратного и дополнительного кода будет иметь вид:

$$[A]_{\text{об}}^{\text{моб}} = 11\big|00100; \quad [A]_{\text{доп}}^{\text{моб}} = 11\big|00101.$$

Следует иметь в виду, что при выполнении операции арифметического сложения необходимо соблюдать следующие правила:

- Слагаемые должны иметь одинаковое число разрядов. Для выравнивания разрядной сетки можно дописывать незначащие нули слева для целой части числа и незначащие нули справа для дробной части числа;
- Знаковые разряды в обратном и дополнительном кодах участвуют в сложении так же, как и значащие;
- Необходимые преобразования кодов производится с изменением знаков числа. Приписанные незначащие нули изменяют свое значение при преобразованиях по общему правилу;
- Сложение чисел в прямом коде допускается лишь над числами одного знака, так как на двоичных сумматорах прямого кода (ДСПК) отсутствует цепь переноса из старшего разряда цифровой части в знаковую. При

использовании ДСДК следует учитывать наличие цепи переноса из старшего разряда цифровой части в знаковую, а также то, что единица переноса из знаковой части теряется. При сложении чисел на ДСОК необходимо учитывать наличие цепи переноса из цифровой части в знаковую и суммирование единицы переноса из знаковой части с младшим разрядом цифровой части;

- Результат представляется в том же коде, в котором представлены слагаемые.

Задача 3.

Выполнить сложение чисел A и B в прямом, обратном и дополнительном кодах, если $A_{10} = +41$; $B_{10} = +13$. $(C = A + B)$.

Решение.

$A_2 = +101001; \quad B_2 = +1101.$

Т.к. слагаемые имеют различную длину (различное число разрядов), то необходимо выполнить выравнивание разрядной сетки:

$[A]_{\text{пр}} = [A]_{\text{об}} = [A]_{\text{доп}} = 0|101001;$

$[B]_{\text{пр}} = [B]_{\text{об}} = [B]_{\text{доп}} = 0|001101.$

Вполне очевидно, что сложение в прямом, обратном и дополнительном кодах дает один и тот же результат:

$$\begin{array}{ll} & [A] = 0|101001 \\ + & [B] = 0|001101 \\ \hline & [C] = 0|110110 \end{array}$$

Ответ: $C = +110110_2 = +54_{10}$.

Задача 4.

Выполнить сложение чисел A и B в обратном и дополнительном кодах, если $A_{10} = +41$, $B_{10} = -13$. $(C = A + (-B))$.

Решение.

Представим слагаемые в прямом, обратном и дополнительном кодах:

$[A]_{\text{пр}} = 0|101001; \quad [A]_{\text{об}} = 0|101001; \quad [A]_{\text{доп}} = 0|101001.$

$[B]_{\text{пр}} = 1|001101; \quad [B]_{\text{об}} = 1|110010; \quad [B]_{\text{доп}} = 1|110011.$

Сложение в обратном коде:

$$\begin{array}{ll} & [A]_{\text{об}} = 0101001 \\ + & [B]_{\text{об}} = 1110010 \\ \hline & [C]_{\text{об}} = 0011011 \\ & + \qquad\qquad 1 \\ \hline & [C]_{\text{об}} = 0011100 \end{array}$$

Заметим, что появляющаяся единица переноса из знаковой части суммируется к младшему разряду цифровой части.

(Здесь и далее условную вертикальную линию, отделяющую знаковую часть от цифровой, показывать не будем)

Сложение в дополнительном коде:

$$\begin{array}{r} [A]_{\text{доп}} = 0101001 \\ + \quad [B]_{\text{доп}} = 1110011 \\ \hline [C]_{\text{доп}} = 0011100 \end{array}$$

Заметим, что единица переноса из знаковой части теряется (отбрасывается).

Как видим, получили одинаковый результат (положительный)

Ответ: C=+11100_2 = +28_{10}.

Задача 5.

В обратном и дополнительном кодах выполнить операцию $C = -A + B$. (Т.е. операцию вычитания $C = B - A$), если $A_{10} = -41$, $B_{10} = +13$.

Решение.

Представим слагаемые в прямом, обратном и дополнительном кодах:

$[A]_{\text{пр}} = 1101001$; $[A]_{\text{об}} = 1010110$; $[A]_{\text{доп}} = 1010111$.

$[B]_{\text{пр}} = 0001101$; $[B]_{\text{об}} = 0001101$; $[B]_{\text{доп}} = 0001101$.

Сложение в обратном коде:

$$\begin{array}{r} [A]_{\text{об}} = 1010110 \\ + \quad [B]_{\text{об}} = 0001101 \\ \hline [C]_{\text{об}} = 1100011 \end{array}$$

Т.е. $C = -011100_2 = -11100_2 = -28_{10}$.

Сложение в дополнительном коде:

$$\begin{array}{r} [A]_{\text{доп}} = 1010111 \\ + \quad [B]_{\text{доп}} = 0001101 \\ \hline [C]_{\text{доп}} = 1100100 \end{array}$$

Т.е. и здесь получаем тот же результат: $C = -011100_2 = -11100_2 = -28_{10}$

Операция сложения в формате с плавающей точкой производится в следующей последовательности:

- Сравниваются порядки исходных слагаемых путем их вычитания $\Delta p = p_1 - p_2$;

- Если разность порядков равна нулю, то это значит, что одноименные разряды мантисс имеют одинаковые веса. В противном случае необходимо произвести выравнивание порядков;
- Для выравнивания порядков число с меньшим порядком сдвигается вправо на разницу порядков Δp. Младшие разряды, "выталкиваемые" из разрядной сетки, при этом теряются;
- Выполняется операция сложения мантисс в установленном коде;
- Порядок результата берется равным большему порядку;
- Производится операция нормализации результата.

Задача 6.

На ДСОК, имеющем 6 разрядов для представления мантиссы и 4 разряда для представления порядка, выполнить операцию: $C = A + B$, если A=0.1001·10^{-10} и $B = -0.1011 \cdot 10^{-11}$. (Здесь операнды A и B заданы в двоичной системе счисления).

Решение.

Для представления мантисс используем модифицированный формат.

$[m_A]^{\text{м}}_{\text{об}} = 00|1001;\quad [p_A]_{\text{об}} = 1|101;\quad [m_B]^{\text{м}}_{\text{об}} = 11|0100;\quad [p_B]_{\text{об}} = 1|100.$

(Здесь вертикальная черта условно отделяет цифровую часть от знаковой).

Далее, получаем: $[\Delta p]_{\text{об}} = [p_A]_{\text{об}} - [p_B]_{\text{об}} = [p_A]_{\text{об}} + (-[p_B]_{\text{об}}) = 1|101 + 0|011 = 0|001.$

Т.к. $\Delta p > 0$, то, следовательно, $p_A > p_B$, и нужно сдвинуть мантиссу числа B на один разряд. После сдвига получаем $[m_B]^{\text{м}}_{\text{об}} = 11|1010.$

Складывая мантиссы, получаем:

$$\begin{array}{r} [m_A]^{\text{м}}_{\text{об}} = 00|1001 \\ [m_B]^{\text{м}}_{\text{об}} = 11|1010 \\ \hline [m_C]^{\text{м}}_{\text{об}} = 00|0011 \\ + \qquad\qquad 1 \\ \hline [m_C]^{\text{м}}_{\text{об}} = 00|0100 \end{array}$$

→ единица переноса из знакового разряда.

Здесь необходимо выполнить операцию нормализации результата, т.к. имеет место нарушение нормализации слева: (Здесь через Sg_1 и Sg_2 обозначены разряды знаковой части числа, а p_1 – старший разряд цифровой части числа).

$\delta = Sg_1 \equiv Sg_2 = Sg_2 \cdot p_1 \vee \overline{Sg_2} \cdot \bar{p}_1 = 0 \cdot 0 \vee 1 \cdot 1 = 0 \vee 1 = 1.$

$\gamma = Sg_1 \oplus Sg_2 = \overline{Sg_1} \cdot Sg_2 \vee Sg_1 \cdot \overline{Sg_2} = 1 \cdot 0 \vee 0 \cdot 1 = 0 \vee 0 = 0.$

Выполнив коррекцию результата, получим:

$[m_C^*]^{\text{м}}_{\text{об}} = 00|1000;\quad [p_C^*]_{\text{об}} = 1|101 + 1|110 = 1|100.$

Теперь $\delta = 0,\ \gamma = 0$, и можно записать результат:

$[m_C]^{м}_{об}=[m^*_C]^{м}_{об} = 00|1000;\ [p_C]_{об} = [p^*_C]_{об} = 1|100.$

$m_C = 0|1000;\quad p_C = -011.\ \ C = 0.1000 \cdot 10^{-11}.$

Ответ: $C = 0.1000 \cdot 10^{-11}$.

Задача 7.

Указанные десятичные числа запишите в двоичной системе в форме с фиксированной точкой после последнего значащего разряда, если длина разрядной сетки равна 8 двоичным разрядам (т.е. одному байту).

45; –34; 5; -23; 157; 1; 0; -11; -22; 111; -111; 100; -100; 33; -33; 126; 127; -127.

Задача 8.

Приведите диапазон изменения чисел для формата с фиксированной точкой после последнего значащего разряда, если длина разрядной сетки представления чисел равна:

n=4; *n*=8; *n*=10; *n*=12; *n*=16; *n*=24; *n*=32; *n*=64.

Задача 9.

Для представления двоичных машинных слов используется 16-разрядная разрядная сетка. Для целой части числа отводится 11 старших разрядов с учетом знакового и пять разрядов для представления дробной части числа. (Разделительная точка зафиксирована). В указанном формате запишите следующие числа в прямом, обратном и дополнительном кодах:

23.25; 129.2; -248.45; 128; -0.256; 356.78; 198.35; -567.76; -0.0875; 0.0005; 999.99.

Задача 10.

Для представления чисел в формате с плавающей точкой в нормализованном виде используется шестнадцатиразрядная сетка. При этом для представления мантиссы отводится десять разрядов и шесть разрядов отводится для представления порядка. Определите диапазон изменения чисел для позиционных систем счисления с основаниями:

q=2; q=3; q=4; q=5; q=6; q=7; q=8; q=9; q=10; q=12; q=16.

Задача 11.

Для представления чисел в формате с плавающей точкой в нормализованном виде используется шестнадцатиразрядная сетка. При этом для представления мантиссы отводится десять разрядов и шесть разрядов отводится для представления порядка. Указанные десятичные числа представьте в указанном формате:

25.65; –25.25; $156.575 \cdot 10^{2}$; 0.00257; $0.325 \cdot 10^{-1}$; е). 2255.675; –578.9.

Задача 12.

На двоичных сумматорах обратного и дополнительного кодов выполните операцию сложения $C = A + B$, если для машинного представления данных используется формат с фиксированной точкой после последнего значащего разряда, а длина разрядной сетки равна восьми разрядам. Значения операндов A и B заданы в десятичной системе счисления.

a) $A = 37,\ B = 44;$
b) $A = 87,\ B = -37;$
c) $A = -67,\ B = 67;$
d) $A = -56,\ B = -43;$
e) $A = 75,\ B = 25.$

Задача 13.

На двоичных сумматорах обратного и дополнительного кодов выполните операцию сложения $C = A + B$, если для машинного представления данных используется модифицированный формат с плавающей точкой и длиной разрядной сетки равной двум байтам. Длина разрядной сетки мантиссы равна 11 разрядам (с учетом знаковой части), Значения операндов A и B заданы в десятичной системе счисления.

a) $A = 12.5,\ B = 12.5;$
b) $A = 123.12,\ B = -43.57;$
c) $A = -257.2,\ B = 47.4;$
d) $A = -156,\ B = -12.12;$
e) $A = 17476,\ B = 25.24.$

Практическое занятие №5.

Алгебра высказываний.

Задача 5.1

Пусть x – высказывание «Студент Иванов изучает информатику», y – высказывание «Студент Иванов успевает по математической логике». Дать словесную формулировку следующих высказываний:

1) $x \cdot y$; 2) $\bar{y} \equiv \bar{x}$; 3) $y \to x$; 4) $x \cdot \bar{y}$.

Задача 5.2

Пусть x и y обозначают элементарные высказывания: x – «я учусь в СарФТИ НИЯУ МИФИ»; y – «я люблю информатику». Прочитать следующие составные высказывания:

1) $x \cdot y$; 2) $\bar{x}$; 3) $\bar{\bar{y}}$; 4) $x \cdot \bar{y}$; 5) $\bar{x} \cdot \bar{y}$; 6) $\overline{x \cdot y}$;

Задача 5.3

Обозначьте приведенные элементарные высказывания буквами и запишите составные высказывания в виде формул алгебры высказываний, если:

1) 4 = 2 или 4 = –2 ;
2) если число 24 делится на 3 и 4, то оно делится на 12;
3) 18 кратно 3 6 и 15 не кратно 3;
4) 18 кратно 3 и 15 кратно 3;
5) число 15 – двухзначное и кратно 3 или 5, 6) e ≤ π .

Задача 5. 4

Выяснить истинность или ложность следующих импликаций:

1) если 2 · 2 = 4, то 4 > 5;
2) если 2 · 2 = 4, то 4 < 5;
3) если 2 · 2 = 5, то 4 > 5;
4) если 2 · 2 = 5, то 4 < 5 .

Задача 5.5

Записать заданные высказывания в виде формул логики высказываний, если:

1) Если число делится на 2 и не делится на 3, то оно не делится на 6;
2) Если студент отлично учится, занимается общественной работой и не имеет нарушений, то он получает повышенную стипендию;
3) Если какие-либо два из трех векторов a, b, c коллинеарные, то их смешанное произведение равно нулю $[a \times b] \cdot c = 0$;

4) Если производная функции в точке равна нулю и вторая производная этой функции в той же точке отрицательна, то данная точка есть точка локального максимума функции;
5) Если прямая параллельна каждой из двух пересекающихся плоскостей, то она параллельна и линии их пересечения;
6) Путешествие на Марс не является дорогостоящим и я полечу на Марс, или путешествие на Марс дорогостоящее я не полечу на Марс;
7) Если при выполнении программы отклонение контролируемых параметров превышает предусмотренные нормы (стандарты), то требуется оперативная корректировка программы или уточнение стандартов;
8) Если получу стипендию, то куплю себе учебник по логике, и, если не получу стипендию, то учебник по логике покупать не стану;
9) Неверно, что если дует ветер, то солнце светит только тогда, когда нет дождя;
10) Если в треугольнике любая его медиана не является высотой и биссектрисой, то этот треугольник не равнобедренный и не равносторонний;
11) Если проверенная контрольная работа по логике не набрала необходимое число баллов за успешно выполненные задания, она может быть возвращена студенту на доработку;
12) Если он при пожаре выпрыгнет из окна, то рискует получить либо ожоги, либо травмы, либо то и другое.

Задача 5.1.

Для заданных высказываний:

1) "Если Земля вращается вокруг Солнца, а Луна - вокруг Земли, то Солнце вращается вокруг Луны";
2) "Если 23 - простое число, то оно не делится на 3 и на 5";
3) "Если число 56 делится на 7 и на 2, то оно делится на 14";
4) "Если будет хорошая погода, то Алексей и Настя пойдут в парк";
5) "Если будет плохая погода, а я буду без зонтика, то придется идти в кафе";
6) "Я выполню эту работу при условии, что она будет хорошо оплачена и не слишком обременительна";
7) "Завтра будет дождь лишь при том условии, что упадет давление и сменится ветер";
8) "Если число 153 делится на 3 и на 5, то оно делится на 15";

9) "Если я выучу математику и мне попадется счастливый билет, то получу “пять” на экзамене";

10) "Праздник состоится только в том случае, если на него придут Лена и Катя";

11) "Если Земля вращается вокруг Солнца, а Луна - вокруг Земли, то Луна вращается вокруг Солнца".

Необходимо:

A) выделить атомарные высказывания;

B) представить высказывание в виде логической формулы с использованием импликации или эквиваленции;

C) представить высказывание в виде логической формулы без импликации и эквиваленции;

D) составить таблицу истинности высказывания.

Задача 5.2.

Среди приведенных ниже логических формул найти тавтологии и тождественно ложные формулы.

1) $(x \equiv y) \to z$;
2) $(x \equiv y) \to (\bar{y} \equiv \bar{x})$;
3) $(x \equiv y) \to x \cdot \bar{y}$;
4) $x \cdot y \to x$;
5) $(x \to y) \to (\bar{y} \to \bar{x})$;
6) $(x \to y) \equiv \bar{y}$;
7) $x \cdot y \equiv \bar{y} \vee \bar{x}$;
8) $x \cdot \bar{y} \to \bar{x} \cdot y$;
9) $(x \to y) \equiv (\bar{y} \to \bar{x})$;
10) $(x \to \bar{y}) \equiv \bar{x} \cdot y$;
11) $(\bar{x} \to \bar{y}) \to \overline{x \cdot \bar{y}}$;
12) $(x \equiv y) \equiv (\overline{x \equiv \bar{y}})$.

Задача 5.3

Приведенные ниже формулы представьте в базисе функций $\{\vee, \cdot\ (\wedge), \neg\}$ и упростите их, если:

1) $(x \to y) \to \bar{x}$;
2) $(x \oplus y) \to x \cdot y$;
3) $(x \to \bar{y}) \equiv \bar{x}$;
4) $(x \equiv y) \equiv \bar{x}$;
5) $(x \to y) \equiv (\bar{y} \to \bar{x})$;
6) $x \cdot y \equiv \bar{x} \vee \bar{y}$.

Задача 5.4

Заданные формулы приведенных высказываний представьте в СНДФ и СНКФ формах и минимальной ДНФ, упростив их аналитическим методом, если:

1) $(x \to y) \to z$;
2) $(x \to \bar{y}) \to z$;
3) $(x \to \bar{y}) \equiv z$;
4) $(x \equiv y) \to z$;
5) $(x \to y) \oplus z$;
6) $x \cdot y \to (x \oplus z)$.

Задача 5.

Решите логические задачи, используя аппарат алгебры высказываний.

1) Один из пяти братьев разбил окно.
- Это мог сделать только или Витя, или Толя, сказал Андрей.
- Я окно не разбивал, - возразил Толя, и Коля тоже.
- Вы оба говорите неправду, - заявил Толя.
- Нет, Толя, один из них сказал правду, а другой нет, - возразил Дима.
- Ты, Дима, не прав, - вмешался Коля.

Их отец, которому, конечно, надо доверять, уверен, что трое братьев сказали правду.

Кто разбил окно?

(Ответ: Окно разбил Толя).

2) В нарушении правил обмена валюты подозреваются четыре работника банка - Антипов, Борисов, Цветков и Дмитриев. Известно, что:

1) Если Антипов нарушил, то и Борисов нарушил правила обмена валюты.
2) Если Борисов нарушил, то и Цветков нарушил или Антипов не нарушал.
3) Если Дмитриев не нарушил, то Антипов нарушил, а Цветков не нарушал.
4) Если Дмитриев нарушил, то и Антипов нарушил.

Кто из подозреваемых нарушил правила обмена валюты?

(Ответ: Нарушили все четверо)

3) К старшему следователю Логинову привели трёх задержанных подозреваемых. Известно, что их фамилии Иванов, Петренко и Сидорович. На допросе первый сказал: «Моя фамилия Сидорович». Второй сказал: «Моя фамилия Петренко или Иванов». Третий добавил: «А моя фамилия Иванов». Все трое солгали, но следователь без труда смог определить их настоящие фамилии логическим путем. Какая фамилия у каждого из задержанных?

4) В соревнованиях Анна, Мария, Ирина и Ольга заняли первые четыре места. Определите, кто какое место занял, если известно, что Ирина вторая, Ольга попала в тройку лидеров, но не стала победителем, а Мария проиграла Анне.

5) В чашке, стакане, кувшине и банке находятся молоко, лимонад, квас и вода. Известно, что вода и молоко не в чашке; сосуд с лимонадом стоит между кувшином и сосудом с квасом; в банке не лимонад и не вода; стакан стоит около банки и сосуда с молоком. В какой сосуд налита каждая из жидкостей?

Задача 5.

Построить таблицы истинности для формул:

1) $(x \to y) \vee x \cdot y$;
2) $\overline{(y \to \overline{x \cdot y})} \to \overline{x \vee z}$;
3) $\to x \oplus \bar{y} \equiv z$;
4) $\overline{x \equiv \bar{y}} \vee x \oplus z$;
5) $(x \to y) \to z$;
6) $(x \vee y) \oplus (x \vee z) \oplus (y \vee z)$;
7) $x \cdot y \equiv x \cdot z \equiv y \cdot z$;
8) $(x \vee y \vee z) \oplus x \cdot y \cdot z$;
9) $x \cdot y \vee y \cdot z \vee z \cdot w$;
10) $(x \vee y) \cdot (y \vee z) \cdot (z \vee w)$.

Задача 5.

Докажите тождественную истинность заданных формул.

1) $(x \to y) \vee (y \to x)$;
2) $(x \to y) \vee (x \to \bar{y})$;
3) $x \to (y \to x \cdot y))$;
4) $(x \to y) \to ((y \to z) \to (x \to z)$;
5) $(\bar{x} \to \bar{y}) \to (y \to x)$;
6) $(x \to y) \to \big((x \to \bar{y}) \to \bar{x}\big)$;
7) $(\bar{x} \to \bar{y}) \to \big((\bar{x} \to y) \to x\big)$;
8) $(x \equiv y \equiv z) \to (x \oplus y \oplus z)$.

Задача 5.

При каких значениях переменных *x, y, z* следующие формулы ложны?

1) $(x \to y \cdot z) \to (\bar{y} \to x) \to \bar{y}$;
2) $(x \vee y) \vee z \to (x \vee y) \cdot (x \vee z)$;
3) $(x \vee y) \cdot (y \vee z) \cdot (z \vee x) \to x \cdot y \cdot z$;
4) $(x \vee y) \to (\bar{x} \cdot y \vee x \cdot \bar{y})$.

Задача 5.

Доказать эквивалентность формул:

1) $(x \to y) = \bar{x} \vee y$;
2) $\overline{x \cdot y} = \bar{x} \vee \bar{y}$;
3) $(x \vee y) \cdot (x \vee z) \cdot (y \vee t) \cdot (z \vee t) = x \cdot y \vee y \cdot t$;
4) $x \cdot (x \vee z) \cdot (y \vee z) = x \cdot y \vee x \cdot z$;
5) $(x \vee y) \cdot (x \vee \bar{y}) = x$;
6) $x \cdot y \vee (x \vee y) \cdot (\bar{x} \vee \bar{y}) = x \vee y$.